Massachusetts Teknoloji Enstitüsü-Fizik Bölümü

Fizik – 8.01 **Ödev # 5** **Güz, 1999**

ÇÖZÜMLER

Dru Renner

22 Ekim 1999

Bu çözümler boyunca, aşağıdaki nicelikler kullanılacaktır.

$M_S = 1.99 x 10^{30}$ kg	Güneşin kütlesi
$M_E = 5.98 x 10^{24}$ kg	Dünyanın kütlesi
$R_E = 6.4 x 10^{6}$ m	Dünyanın yaklaşık yarıçapı
$G = 6.67 x 10^{-11}\, Nm^2/kg^2$	Çekimi sabiti
$g = 9.8 m/s^2$	Yerçekimi ivmesi

Problem 5.1 (Ohanian, sayfa 205, problem 22)

Mekanik enerjinin korunumu kanunu

$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} + U$$

olduğunu ifade eder. Lütfen sayfa 205 deki Şekil 8.14 e bakınız.

İlk olarak $E=E_1$ olduğunu düşünelim.

(a) $v = 0 \Rightarrow E = U$ olduğu zaman dönme noktaları meydana gelir. E_1 için sadece bir dönme noktası vardır, sola dönme noktası $x \approx 0.2$ dedir.

(b) U minimum olduğu zaman hız maksimumdur. E_1 için hız $x \approx 1$de maksimumdur. U lokal maksimum olduğu zaman, hız lokal minimum olur. E_1 için hız $x \approx 1.6$ için lokal minimum olur. Ayrıca E_1 için $v = 0$ dönme noktası vardır. Böylece, minimum hız $x \approx 0.2$ da meydana gelir.

(c) Yörünge sadece eğer hem sağda hem de solda dönme noktaları varsa bağlıdır.

Şimdi $E=E_2$ olduğunu düşünelim.

(a) E_2 için x≈0.3 de bir sola dönme noktası vardır ve sağa dönüm noktası x≈3.0' tadır.

(b) E_2 için hız x≈1.0 için maksimumdur. E_2 için hız x≈1.6 için lokal minimumdur. Ayrıca E_2 için $v=0$ da iki tane dönme noktası vardır. Böylece, minimum hız x≈ 0.3 ve x≈3.0 da meydana gelir.

(c) E_2 için hem sağa hem de sola dönme noktaları vardır. Bundan dolayı yörünge bağlıdır.

Şimdi $E=E_3$ olduğunu düşünelim.

(a) E_3 için x≈0.5 de bir sola dönme noktası vardır ve sağa dönüm noktası x≈1.3 tedir.

(b) E_3 için hız x≈1.0 için maksimumdur. E_3 için hız x≈1.6 için lokal minimumdur. Ayrıca E_3 için $v=0$ da iki tane dönme noktası vardır. Böylece, minimum hız x≈0.5 ve x≈3.0 da meydana gelir.

(c) E_3 için hem sağa hem de sola dönme noktaları vardır. Bundan dolayı yörünge bağlıdır.

Problem 5.2 (Ohanian, sayfa 205, problem 25)

Sayfa 195 deki tablo 8.1 ihtiyacınız olan iki niceliği listesini vermektedir.

Amerika birleşik devletlerinin yıllık elektrik tüketimi	$8\ x10^{19}$ J
Gazın bir galonunun yanması	$1.3x10^{8}$ J

Çeşitli dönüşüm faktörleri oluşturmak için bu nicelikleri kullanabiliriz. Amerika Birleşik devletleri tarafından yıl başına ihtiyaç gösterilen benzin miktarı

$$8x10^{19}\,J/yil = \frac{8x10^{19}}{1.3x10^{8}} \text{ galon benzin / yıl}$$

$$\approx 6.2x10^{11} \text{galon benzin / yıl}$$

Kadardır. Amerika Birleşik devletleri tarafından gün başına ihtiyaç gösterilen benzin miktarı

$6.2 x 10^{11}$ galon benzin / yıl = $6.2 x 10^{11} x \frac{1}{365}$ galon benzin / gün

= $1.7 x 10^{9}$ galon benzin / gün

Problem 5.3 (Ohanian, sayfa 207, problem 43)

(a) 6000 Mısırlının taşıyabilecekleri toplam kuvvet

$$F = 6000 x 360 N = 2.16 x 10^{6} N$$

dur. Taşıyabilecekleri maksimum Mg ağırlığı

$$F = \mu_k Mg \quad \Rightarrow \quad Mg = \frac{F}{\mu_k} = \frac{2.16 x 10^6}{0.3} = 7.2 x 10^6 N F$$

olur. Buna karşılık gelen maksimum M kütlesi

$$M = \frac{Mg}{g} = \frac{7.2 x 10^6}{g} = 7.3 x 10^5 \text{ kg dır.}$$

(b) 6000 Mısırlının yayacağı toplam güç

$$P = 6000 x 0.20 hp = 1.22 x 10^{3} hp \text{ dır.}$$

Güç, kuvvet ve hız cinsinden $P = F v$ ilişkisi ile verilir.

$$P = F v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{P}{F} = \frac{1.2 x 10^3}{2.16 x 10^6} x \frac{1hp}{1N}$$

Oldukça dikkatli olmamız gerekir. Çünkü beygir gücünün birimi metrik birim değildir. Dönüşüm

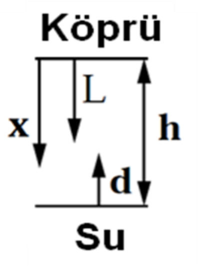
1hp(beygir gücü)= 745.7 W şeklindedir. Böylece hız

$$v = \frac{P}{F} = \frac{1.2 x 10^3}{2.16 x 10^6} x 745.7 x \frac{W}{N} \approx 4.1 x 10^{-1}$$

ile verilir. Beygir gücünden metrik birime dönüşümü yapınca, cevabın m/s biriminde olacağı konusunda kendimize güvenimiz tamdır.

Problem 5.4

Gerilmemiş kordon boyunu L uzunluğu olarak alalım. h=100m, k=100N/m m=50kg ve x ise, bungee atlayıcının köprüden düşerken almış olduğu mesafeyi göstersin.



Eğer ip içinde hiç ısının kaybolmadığını varsayılırsa ve hava direnci de ihmal edilirse, mekanik enerji korunur. Bu durumla konu ile ilgili kuvvetler yay ve yer çekimi kuvvetleridir. Bunlar korunumlu kuvvettir, böylece mekanik enerji korunur.

Kişi L mesafesi düşene kadar ip uzamayacaktır. Yani, x<L için atlayıcını mekanik enerjisi

$$E_{x<L} = mg(h-x) + \frac{mv^2}{2}$$

ile verilir. x>L için, kişi ipi uzatacaktır ve mekanik enerji

$$E_{x>L} = mg(h-x) + \frac{mv^2}{2} + \frac{k(x-L)^2}{2}$$

olur. Kişi köprünün üzerinden durgun halden atlar. Böylece onun mekanik enerjisi

$$E = mgh$$

dır. Biz kişinin suyun hemen üstünde durabilsin diye L yi seçmek istiyoruz. Böylece, onun bu noktadaki mekanik enerjisi

$$E = \frac{k(h-L)^2}{2}$$

olur. Mekanik enerjinin korunumu

$$mgh = \frac{k(h-L)^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad L = h - \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \approx 69\,m$$

verir.

(b) Bungee atlayıcısı suyun üzerinden d yüksekliğinde yerçekimi ve yay kuvvetinin birbirini dengelediği bu noktada serbestçe asılı kalacaktır. Bu

$$k(h-L-d) = mg \qquad \Rightarrow \qquad d = h - L - \frac{mg}{k} \approx 26\,m$$

ile verilir.

Problem 5.5

Eğer dönme sürati çok büyük olsaydı, yer çekimi kuvveti gerekli olan merkezcil kuvveti sağlamada yeterli olamazdı. Ekvatordaki malzeme dışa doğru hareket etmeye başlatacaktı. Bundan dolayı gezegenlerin konumu değişmeyecekti.

(a) Sayfa 202 de başlayan bölüm 9.1 bir gezegenin (küresel bir gezegen varsayarak) yüzeyindeki ivmenin hesaplanmasını göstermektedir. Bu sonuç sayfa 214 de eşitlik (6) da verilmiştir. $M_E \rightarrow M$ ve $R_E \rightarrow R$ alınarak eşitlik

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Olur. Burada M ve R sırasıyla gezegenin kütlesi ve yarıçapıdır. Eğer gezegenler homojen ρ yoğunluğuna sahip ise, bu durumda kütle

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \qquad \Rightarrow \qquad g = \frac{4}{3}\pi G R \rho$$

İle verilir. Yukarıdaki tartışmadan, gezegenin maksimum dönme sürati, bu ivme tamamen yüzeydeki malzemeye etkiyen merkezcil kuvvet olduğu zaman verilir. Bu minimum T dönme periyoduna karşılıktır. Dairesel hareket,

$$g = a = \frac{v^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho R} = R\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}$$

İlişkisini verir. Bu durumda hareketin periyodu

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{R\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

İle verilir.

(b) $\rho = 3.0\, g/cm^3 = 3.0 \,x 10^3\, kg/cm^3$ değeri için, minimum periyot

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{6.67\,x10^{-11}\,x\,3.010^3}} \approx 6.9\,x10^3\,s \approx 1.9\,sa \approx 7.9\,x10^{-2}\text{ gün}$$

Şeklindedir.

Problem 5.6 (Ohanian, sayfa 239, problem 15)

Lütfen sayfa 239 daki şekil 9.42 ye bakınız.

Şekilde $r_{CM} = 0$ bulunan kütle merkezi şu şekilde verilir.

$$r_{CM} = 0 = m_2 r_2 - m_1 r_1 \qquad \Rightarrow \qquad m_2 r_2 = m_1 r_1$$

Şimdi her yıldızın yörüngesinin dairesel olduğunun ve kütle merkezinin $r_{CM} = 0$ da olduğunu varsayıyoruz. Bu durumda $m_1$kütlesinin hareketi için merkezcil ivme,

$$a = \frac{1}{m_1} F = \frac{1}{m_1} \frac{G m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} = \frac{G m_2}{(r_1 + r_2)^2}$$

Benzer olarak

$$a_2 = \frac{G m_1}{(r_1 + r_2)^2}$$

Şeklinde verilir. Dairesel hareket için açısal frekans

$$\omega = \frac{a}{r}$$

m_1 kütlesi için açısal frekans,

$$\omega_1 = \frac{m_2}{r_1} \frac{G}{(r_1 + r_2)^2}$$

Benzer olarak m_2 için

$$\omega_2 = \frac{m_1}{r_2} \frac{G}{(r_1 + r_2)^2}$$

İle verilir. Bunu $m_1 r_1 = m_2 r_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega$ alarak kontrol edebiliriz. Burada ω çift yıldız sisteminin periyodudur. Bu eşitliği yani, m_1 ve m_2 arasındaki simetriyi, daha açık bir şekilde elde etmek istiyoruz.

$$a_1 = \frac{G m_2}{(r_1 + r_2)^2} = \omega^2 r_1 \qquad (1)$$

$$a_2 = \frac{G m_1}{(r_1 + r_2)^2} = \omega^2 r_2 \qquad (2)$$

Bu (1) ve (2) eşitliğini toplayarak

$$\omega^2 (r_1 + r_2) = (m_1 + m_2) \cdot \frac{G}{(r_1+r_2)^2} \quad \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{(r_1+r_2)^3}$$

Elde edilir. Bu durumda periyot

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2} = \frac{4\pi^2 (r_1+r_2)^3}{G(m_1+m_2)}$$

İle verilir.

<u>Problem 5.7</u> (Ohanian, sayfa 239, problem 16)

5.6 probleminden elde edilen sonucu kullanmamız gereklidir.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1+m_2)}(r_1+r_2)^3 \quad \Rightarrow \quad (r_1+r_2) = \left(\frac{G(m_1+m_2)T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

M_{sun} Güneşin kütlesi olsun. Ve m_1=10M_{sun} ve m_2=25M_{sun} sırasıyla kara deliğin ve süpergiantın kütleleri olsun. $T = 5.6\,\text{gün} \approx 4.84 \text{x} 10^5$ s dir. Ve yıldızlar arasındaki mesafe

$$d = (r_1+r_2) = \left(\frac{G(m_1+m_2)T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{35 \cdot G M_{sun} (4.84 \text{x} 10^5)^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \approx 3.0 \text{x} 10^{10}\,\text{m}$$

dir.

<u>Problem 5.8</u> (Ohanian, sayfa 241, problem 28)

(a) Bir merminin silahtan ateşlendikten hemen sonraki mekanik enerjisi

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{G M_E m}{R_E}$$

dir. Burada M_E ve R_E sırasıyla dünyanın kütlesi ve yarıçapıdır. m merminin kütlesi; ve merminin namlu ucundaki hızıdır. Eğer mermi zar zor ay mesafesine ulaşır ise, bu durumda bu noktadaki mekanik enerji

$$E = -\frac{G M_E m}{D}$$

Olur. Burada D dünyanın merkezi ile ay arasındaki uzaklıktır. Önceki iki eşitliği ve mekanik enerjinin korunumu kullanarak

$$E=\frac{mv^2}{2}-\frac{GM_E m}{R_E}=-\frac{GM_E m}{D} \quad \Rightarrow$$

$$v^2=\sqrt{2GM_E(\frac{1}{R_E}-\frac{1}{D})}\approx 1.1x10^4 m/s$$

(b) Silah mermiye yeterince bir kinetik enerji vermelidir. .

$$E=\frac{mv^2}{2}=mGM_E(\frac{1}{R_E}-\frac{1}{D})\approx 1.2x10^{11} J$$

$$1.2x10^{11} J=\frac{1.2x10^{11}}{4.2x10^9} \text{ton TNT}\approx 29 \text{tonTNT}$$

(c) Sabit ivme için eşitlik

$$v=at \text{ ve } x=\frac{at^2}{2}$$

ile verilir. Merminin L=500 m uzunluğundaki namlunun bir ucundan diğer ucuna varması için gerekli olan zaman

$$T=\sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Merminin bu noktada 1.1 x10^4 m/s hıza ulaşabilmesi için ivme;

$$a=\frac{v^2}{2L}\approx 1.2x10^5 m/s^2$$

Olmalıdır.

<u>Problem 5.9</u> (Ohanian, sayfa 241, problem 30)

(a) Yörünge mekanik enerjisi sayfa 226 daki (27) nolu eşitlik ile verilir. $M_S \rightarrow M_E$ yazarsak ve m = 3500 kg, r = 100km + R_E = 10^5 m + R_E alırsak

$$E_1=-\frac{GM_E m}{2r}\approx -1.07x10^{11} J$$

Gezegenin yüzeyinde duran uydular için mekanik enerji

$$E_2 = -\frac{G M_E m}{R_E} \approx -2.18 x 10^{11} J$$

İle verilir. Mekanik enerjideki değişim

$$\Delta E = E_2 - E_1 \approx -1.11 x 10^{11} J$$

(b) Enerji bir malzemenin sıcaklığını yükseltmek için gereklidir. Ve enerji malzemenin bir fazdan diğer bir faza geçmesi için gereklidir. (Bu ikincisi tek sıcaklıkta meydana gelir). Bu tür düşünceler için enerji genelde kalori olarak ifade edilir. Joule e dönüşüm

$$1 cal = 4.187 J$$

Alüminyumun erime ısısı $95.3 kcal/kg \approx 3.99 x 10^2 J/kg$ dr. Bu bir kilogram alüminyumu eritmek için gerekli olan enerji miktarıdır. Böylece tüm uyduyu eritmek için gereken enerji aşağıdaki kadardır.

$$E_{Erime} = 3.99 x 10^2 x 3500 \approx 1.4 x 10^6 J$$

(Aslında bir başka daha küçük enerji miktarı alüminyumun sıcaklığını erime sıcaklığına yükseltmek için gereklidir.) Alüminyumun buharlaşma ısısı $2520 kcal/kg \approx 1.06 x 10^4 J/kg$ dır. Bu bir kilogram alüminyumu buharlaştırmak (kaynaktmak) için gerekli olan enerji miktarıdır. Böylece tüm uyduyu buharlaştırmak için gereken enerji aşağıdaki kadardır.

$$E_{Buharlaşuhma} = 1.06 x 10^4 x 3500 \approx 3.71 x 10^7 J$$

Her iki işlem için gerekli olan enerji $\approx 3.85 x 10^7 J$ dür. Bundan daha büyük enerji miktarı hem erimeye ve hem de buharlaştırmaya sebep olmak için yeterlidir.

Problem 5.10 (Ohanian, sayfa 267, problem 12)

Arabanın ve kamyonun kütlesi sırasıyla m_1=1500 kg ve m_2=3500 kg olsun. Kuzey yönünü y-ekseni ve doğu yönünü ise x-ekseni ile belirtelim. Bu durumda arabanın hızı y ekseni yönünde v=80km/sa=22.2m/s, ve kamyonun hızı x yönünde v=50km/sa=13.9m/s dir.

Her biri için momentum:

$$\vec{p}_1 = m_1 v_1 \hat{y} = 3.330 x 10^4 \hat{y}$$

$$\vec{p}_2 = m_1 v_1\,\hat{x} = 4.865\,x10^4\,\hat{x}$$

Burada $\vec{p}$ nin birimi kg m/s² dir.

(a) Çarpışmadan sonraki momentum:

$$\hat{P} = (m_1 + m_2)\hat{V} = 5000\hat{V}$$

Momentumun korunumu

$$\hat{P} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2 = 4.865\,x10^4\,\hat{x} + 3.330\,x10^4\,\hat{y}$$

verir. Böylece, çarpışmadan sonraki arabaların hızları;

$$\hat{V} = \frac{1}{5000}(4.865\,x10^4\,\hat{x} + 3.330\,x10^4\,\hat{y}) = 9.73\,\hat{x} + 6.66\,\hat{y}$$

Olur. Hızın büyüklüğü

$$|V| = \sqrt{(9.73)^2 + (6.66)^2} \approx 11.8\,m/s$$

dir. Yönü ise,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6.66}{9.73}\right) \approx 34^\circ$$

Bu her iki aracında kuzey doğu yönünde gittiğini söyler.

(b) Çarpışmadan önceki kinetik enerji:

$$K_{önce} = \frac{m_1 v_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 v_2^{\,2}}{2} \approx 7.1\,x10^5\ J$$

Kinetik enerjideki değişim;

$$\Delta K = K_{sonra} - K_{önce} \approx -3.6\,x10^5\ J$$

Böylece, $-3.6\,x10^5\ J$ kinetik enerji çarpışma esnasında kaybolmuştur.

Problem 5.11 (Ohanian, sayfa 267, problem 13)

Hidrojen atomlarının uyduya çarpma kuvveti daima,

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}$$

Kolaylık olsun diye, uydunun alnını $A=1.0\,m^2$, iyon yoğunluğunu $\rho=10^7\,cm^{-3}$, her bir iyonun kütlesini $m=10^{-27}\,kg$, her bir iyonun hızını $v=4\,x10^5\,m/s$ alalım.

Δt gibi küçücük bir zaman aralığını düşünün, Bu durumda iyonlar uyduya $\Delta\vec{p}$ kadar çok az miktarda momentum uygularlar. Bu

$$\vec{F}\approx\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

İlişkisini verir ki $\Delta t\rightarrow\infty$ gittiği limit durumunda doğrudur. (Eğer Güneş rüzgarının zamanla homojen olduğu varsayılırsa, bu durumda yazılan ilişki tam olarak doğrudur, hatta Δt sonsuz olduğu zaman bile)

Δt zaman aralığında uyduya çarpan güneş rüzgarlarının hacmi

$$V=A\,v\,\Delta t$$

dir. Bu hacimdeki iyonların sayısı;

$$N=\rho\,V=\rho\,A\,v\,\Delta t$$

İle verilir. Eğer tüm iyonlar uyduya yapışırsa, bu durumda güneş rüzgarının yönü boyunca uyduya aktarılan momentum,

$$\Delta p=m\,v\,N=m\,\rho\,A\,v^2\,\Delta t$$

Bundan dolayı kuvvet,

$$\vec{F}\approx\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{m\,\rho\,A\,v^2\,\Delta t}{\Delta t}=m\,\rho\,A\,v^2$$

İle verilir ki $\Delta t\rightarrow\infty$ gittiği limit durumunda doğrudur. Bundan dolayı kuvvet tam olarak,

$$\vec{F}=m\,\rho\,A\,v^2=2.72\,x10^{-9}\,N$$

olur. Burada yön güneş rüzgarları tarafından verilir.

Problem 5.12 (Ohanian, sayfa 268, problem 27)

Sayfa 256 daki 6. örnekte olduğu gibi, sayfa 254 deki 26. eşitliği kullanacağız. Bu eşitlik

$$z_{CM} = \frac{1}{M}\int z\rho\, dV = \frac{1}{M}\left[\int_{\text{yarıiletken}} z\rho\, dV + \int_{\text{çubuk}} z\rho\, dV\right]$$

Burada integrali iki kısma ayırdık. Birinci kısım, yarıiletken kısmı, tüm yarıiletken boyunca olan kütleleri, diğer kısım, çubuk kısmı, ise tüm doğru boyunca olan kütleleri içermektedir.

Yarıiletken kısmının integrali 6. Örnekte alındı. Bu durumda integral

$$\int_{\text{yarıiletken}} z\rho\, dV = 2\rho A R^2$$

(Dikkatli olun: Buradaki M kütlesi tüm kesimin kütlesidir. 6. Örnekteki M kütlesi sadece yarıiletken kısmının kütlesidir.) Şimdi geri kalan, çubuk kısmının integralini hesaplamamız gerekir.

$$\int_{\text{çubuk}} z\rho\, dV$$

Fakat bu integaral açıkça, kütle merkezinin z bileşeni, ki burada sıfırdır, ile orantılıdır. Aytıca bunu doğru boyunca z=0 olduğu içinde görebiliriz.

$$\int_{\text{çubuk}} z\rho\, dV = 0$$

Bu durumda

$$z_{CM} = \frac{1}{M}\int\left[2\rho A R^2 + 0\right]$$

Şeklidedir. Kütle

$$M = M_{\text{yarıiletken}} + M_{\text{cubuk}} = \rho A \pi R + \rho A 2R = A R \rho(\pi + 2)$$

İle verilir. Ve bu durumda

$$z_{CM} = \frac{2R}{2+\pi}$$

Olur. Örnek 6 da olduğu gibi, kütlelerin simetrisi

$$x_{CM} = 0$$

Olduğunu belirtir.

Problem 5.13 (Ohanian, sayfa 270, problem 45)

$v = 5.0\,x10^{3}\ m/s$ ve $h = 2.5\,x10^{4}\ m$ ve m de balistik füzenin kütlesi olsun. m' kütleli ve sadece v' yatay hıza sahip ve h yüksekliğindeki bir cismin hareket denklemini göz önünde bulundurun. Hareket denklemi

$$z = -\frac{g\,t^{2}}{2} \ \text{ve}\ x = v'\,t$$

Bu cisim yere

$$t_{yer} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

zamanında ve

$$x_{yer} = v'\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Konumunda çarpar. Yere hemen çarpan $m' = \frac{m}{2}$ kütleli bir parça için v' = 0 dır. Böylece,

$$x_{yer} = 0$$

Yere hemen çarpmayan $m' = \frac{m}{2}$ kütleli bir parça için momentumun korunumu

$$\frac{m}{2}\cdot 0 + \frac{m}{2}\cdot v' = m\,v \qquad \Rightarrow \qquad v' = 2v$$

Eşitliğini verir. Daha sonraki hareket,

$$x_{yer} = 2v\sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 7.1\,x10^{5}\,m$$

Verir. Kütle merkezi füze hiç patlamış gibi hareket eder, Yani, $m' = m$ ve $v' = v$ dir. Bu durumda

$$x_{yer} = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

dir. Açıkça bu yukarıdaki iki durumun tam ortasına düşmektedir.

Problem 5.14 (Ohanian, sayfa 270, problem 50)

(a) Bu problem 5.10 problemine gönderme yapar.

Çarpışmadan önce kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisi,

$$\frac{(m_1+m_2)v_{CM}^2}{2} = \frac{\vec{P}^2}{2(m_1+m_2)} = \frac{(m_1+m_2)V^2}{2}$$

Burada $\vec{P}$ toplam momentum ve V kütle merkezinin hızıdır. Bunun her ikisi de problem 5.10 da hesaplandı. Bu vaziyet eğer momentum korunumlu ise öteleme kinetik enerjisinin de korunduğunu göstermektedir. Böylece, değeri,

$$\frac{(m_1+m_2)v_{CM}^2}{2} = \frac{5000\cdot(11.8)^2}{2} \approx 3.5x10^5 \text{ J}$$

İle verilir. İç kinetik enerji sayfa 260 daki (34) üncü eşitliği sağlar.

$$K = K_{iç} + \frac{(m_1+m_2)v_{CM}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad K_{iç} = K - \frac{(m_1+m_2)v_{CM}^2}{2}$$

Böylece çarpışmadan önce

$$K_{iç} = K_{önce} - 3.5x10^5 \approx 7.1x10^5 - 3.5x10^5 \approx 3.6x10^5 \text{ J}$$

Buradaki $K_{önce}$ değeri problem 5.10 da hesaplandı.

(b) Çarpışmadan sonra kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisi, yukarıdaki iddiadan dolayı, çarpışmadan önceki ile aynıdır. Bunun değeri

$$\frac{(m_1+m_2)v_{CM}^2}{2} = \frac{5000\cdot(11.8)^2}{2} \approx 3.5x10^5 \text{ J}$$

İle verilir. Çarpışmadan sonra, hem araba hem de kamyon tekbir cisim gibi hareket eder. Böylece hiçbir iç kinetik enerji yoktur.

$$K_{iç} = 0$$

dır.